

# Esquemas de control de vibraciones aplicados a un modelo de marco de cortante

## *Vibration control schemes applied on a shear frame model*

JOSUÉ ENRÍQUEZ-ZÁRATE<sup>1</sup>, EBER ALBERTO GODÍNEZ-DOMÍNGUEZ<sup>2</sup> Y GERARDO SILVA-NAVARRO<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Investigador, RTO Energy, Tuxtla Gutiérrez, Chiapas, México. Correo electrónico: jenriquezza@gmail.com

<sup>2</sup> Profesor-investigador, Facultad de Ingeniería, Universidad Autónoma de Chiapas, Campus-I, Blvd. Belisario Domínguez, kilómetro 1081, Sin número, Col. Terán, 29050, Tuxtla Gutiérrez, Chiapas, México. Correo electrónico: eber.godínez@unach.mx

<sup>3</sup> Investigador Titular, Centro de Investigación y de Estudios Avanzados I.P.N.

Departamento de Ingeniería Eléctrica, Sección de Mecatrónica. A.P. 14-740.

Ciudad de México, México. Correo electrónico gsilva@cinvestav.mx

### RESUMEN

Desde hace décadas existe un gran interés por aplicar técnicas de control en estructuras civiles que permitan minimizar los efectos no deseados de perturbaciones exógenas como son: viento, sismo y vibraciones en general. Actualmente existen ya varios países donde se han aplicado con éxito diversas técnicas para el control de vibraciones en puentes, edificios o maquinaria, como son México, Japón, Estados Unidos, etc. En el caso de México, este tipo de problemáticas se ha abordado en lugares como la Ciudad de México, donde existen condiciones de sitio muy desfavorables, principalmente en la zona del Lago, donde se han registrado amplificaciones dinámicas de importancia durante eventos sísmicos de gran magnitud, por lo que en ocasiones resulta necesario recurrir a técnicas no convencionales que contribuyan al control en la reducción de vibraciones. Estos sistemas de control de vibraciones pueden clasificarse por su funcionamiento como: pasivos, semi-activos y activos. En este artículo se presenta un análisis en el diseño de estos sistemas de control estructural para la atenuación de vibraciones en una estructura tipo edificio de tres niveles (marco de cortante), con la finalidad de comparar su respuesta dinámica obtenida en forma numérica respecto a la medida experimentalmente, obteniendo resultados del orden del 65% en la reducción de las vibraciones no deseadas en la estructura. Esta investigación se realizó en la Ciudad de México a finales del año 2015.

**Palabras clave:** Configuración pasivo, configuración semi-activo, configuración activo, respuesta dinámica, respuesta frecuencial.

### INTRODUCCIÓN

El control de vibraciones en el diseño sísmico de edificios es un tema de investigación que actualmente es de gran interés a nivel mundial. En particular, este trabajo de investigación se centra en el análisis de la respuesta de estructuras tipo edificio, que se encuentran expuestas a acciones sísmicas. Para tal fin, se considera como zona de estudio al Distrito Federal, ya que como se ha mostrado en varios estudios, las condiciones del subsuelo favorecen para que se produzcan amplificaciones dinámicas de importancia durante sismos intensos, lo que genera niveles elevados de aceleración en las estructuras desplantadas en esta zona. Además de las vibraciones derivadas de la acción sísmica, las

### ABSTRACT

Since many years ago exist a great interest in applying control techniques in civil structures to minimize unwanted effects of exogenous shocks such as: wind, earthquake and vibration in general. Currently several countries have successfully implemented various techniques for controlling vibrations in bridges, buildings or machinery, such as Mexico, Japan, USA, etc. In the case of Mexico, this type of problem has been addressed in places like Mexico City, where site effects are very unfavorable, particularly in the lakebed zone, where significant dynamic amplifications have been observed during strong earthquakes, so in some cases, some nonconventional vibration control techniques have been used. The vibration control systems may be classified by their function as: passive, semi-active and active. In this paper the authors summarize the results of study devoted to evaluate these designed vibration control schemes which were implemented in a three-story building-like structure model (shear model), in order to compare the dynamic responses obtained numerically and experimentally, reducing the non-desired vibrations around of 65% on the overall structure. This research was developed in Mexico City in late 2015.

**Key words:** Passive configuration, semi-active configuration, active configuration, dynamic response, frequency response.

estructuras ubicadas en las grandes ciudades, como la Ciudad de México, se encuentran afectadas por fenómenos como el ruido, transporte y trenes subterráneos (Bazán y Meli, 1998).

Las investigaciones recientes sobre el control de vibraciones en edificios, se refieren generalmente al uso de los esquemas pasivo, semi-activo y activo (Soong y Spencer, 2000; Gómez, Marulanda y Thomson, 2008). Los esquemas pasivos, conocidos como *Tuned Mass Damper* (TMD, por sus siglas en inglés), generalmente se encuentran limitados en su respuesta, debido a que se diseñan para la atenuación o minimización de una frecuencia o modo de vibración específico de la estructura. Los esquemas semi-activos, son diseñados para minimizar un intervalo específico de frecuencias o modos de vibración del sistema en general. Este diseño agrega un grado de libertad y un actuador al modelo de la

estructura. En la literatura es posible encontrar investigaciones en las que se explotan las ventajas de un controlador robusto como el  $H^\infty$  utilizando sistemas de control semi-activo para su implementación en la atenuación de estructuras civiles como los edificios de gran altura (Yan et al., 2016). Los esquemas activos, denominados *Active Mass Damper* (AMD, por sus siglas en inglés), ofrecen un controlador en lazo cerrado para un amplio rango de frecuencias o modos de vibración. Generalmente este diseño agrega un grado de libertad y un actuador al modelo original de la estructura, añadiendo complejidad a la dinámica del sistema. La supresión o atenuación de las frecuencias vibratorias en el sistema se realiza agregando una fuerza de control proporcionada por un actuador electrohidráulico o electromecánico. En la Figura 1 se muestran las diferencias básicas entre cada uno de los esquemas de control aplicado a estructuras civiles (Soong y Spencer, 2000).

En esta investigación se estudia una estructura tipo edificio de tres niveles, sujeta a una excitación sísmica en la base, la cual se controla empleando los tres esquemas de control: a) absorbedor de vibraciones pasivo, b) semi-activo y c) activo. Se presenta el desempeño de cada uno de los esquemas en forma experimental.

La ley de control aplicada para minimizar el efecto de las vibraciones mecánicas, está basada en la retroalimentación positiva de la posición (PPF, por sus siglas en inglés), y se fundamenta en el uso de las frecuencias resonantes del sistema en lazo abierto, considerando como variable de retroalimentación la posición a controlar de la estructura. Debido a que la respuesta frecuencial obtenida en forma experimental por parte de la estructura tipo edificio, se puede analizar en forma directa, a partir de la información entregada por el acelerómetro, es posible y conveniente establecer el diseño del controlador modal PPF considerando la frecuencia resonante de interés a reducir en el sistema.

### DESCRIPCIÓN DE LA ESTRUCTURA

El objetivo de este estudio consiste en analizar la respuesta dinámica del sistema de tres grados de libertad, en forma experimental, utilizando



Figura 1a. Estructura sin sistema de control

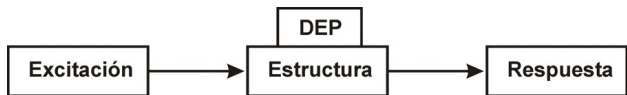


Figura 1b. Estructura con sistema de control utilizando un Dispositivo de Energía Pasivo (DEP)

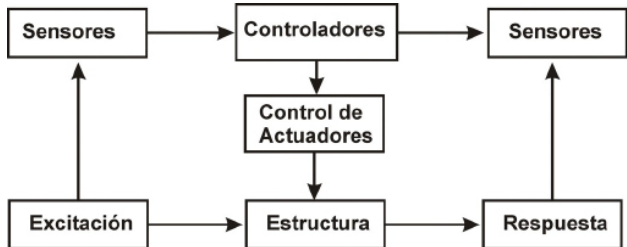


Figura 1c. Estructura con sistema de control activo

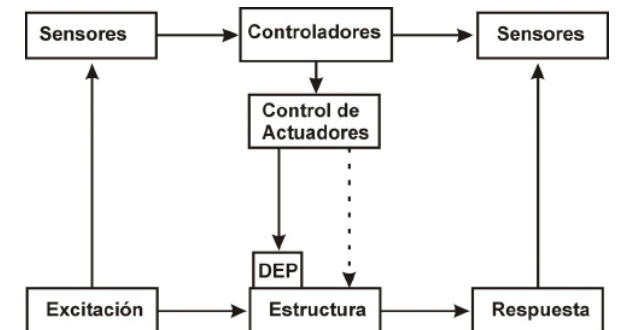


Figura 1d. Estructura con sistema de control híbrido (combinación de control activo y pasivo)

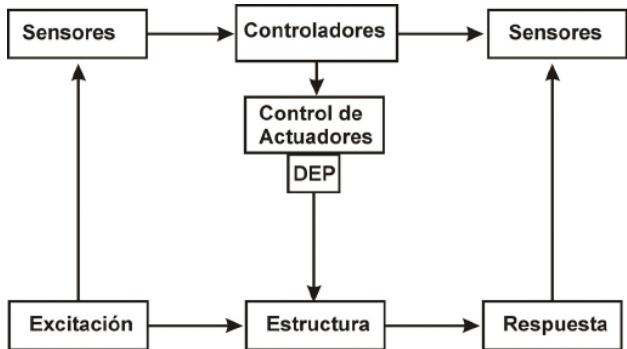


Figura 1e. Estructura con sistema de control semi-activo

esquemas de control pasivo, semi-activo y activo para minimizar su respuesta frecuencial en lazo cerrado. Para tal fin, se diseñó y construyó a escala una estructura tipo edificio de tres pisos (modelo de cortante, denominado así pues se desprecian los efectos globales de flexión), la cual fue analizada considerando como señal perturbadora un acelerograma registrado durante el sismo del 19 de septiembre de 1985.

En la Figura 2 se presenta un diagrama esquemático con una descripción general del sistema completo. La estructura tipo edificio está diseñada y construida de aleación de aluminio, con una altura máxima de 950 mm, sin considerar el sistema de absorción de vibraciones, con una base rectangular de 300 x 200 mm. Estas dimensiones se establecieron considerando la capacidad de carga (superior a 3.17 kg) y el desplazamiento máximo (0.0254 m) sobre el eje horizontal del generador de vibraciones electrodinámico. La estructura completa se encuentra montada sobre un guía lineal tipo riel con rodamiento de bolas sin fricción y una base móvil que se encuentra conectada directamente a un generador de vibraciones electromagnético de *Labworks Inc.*®, modelo ET-139, el cual es utilizado para perturbar al sistema completo con componentes armónicos de baja frecuencia, obtenidos directamente del registro sísmico. El generador de vibraciones es controlado por un amplificador de potencia de *Labworks Inc.*®, modelo PA-138. Para la implementación experimental del control activo, se utiliza como variable de control en lazo cerrado la posición o desplazamiento del sistema, considerando la colocación del acelerómetro en el tercer piso de la estructura tipo edificio. Esto se debe a que en los sistemas estructurales de edificios tradicionales, los desplazamientos máximos se presentan a nivel de azotea. Se utiliza una tarjeta de adquisición de datos NI-CompactDAQ de *National Instruments*®, chasis modelo NI-DAQ-9172 y el

módulo para acelerómetros modelo 9133 conectado vía USB a una PC. Los datos adquiridos por el acelerómetro, que es colocado en el tercer piso de la estructura, son procesados a través de las plataformas de *Labview*® y *Matlab/Simulink*®, de tal manera que es posible calcular los desplazamientos de toda la estructura.

En la Figura 3 se muestra el prototipo experimental.

En la Figura 4 se presenta a la estructura, representada con elementos mecánicos básicos, es decir, las tres masas ( $m_1, m_2, m_3$ ), las cuatro columnas que aportan la rigidez lateral al sistema

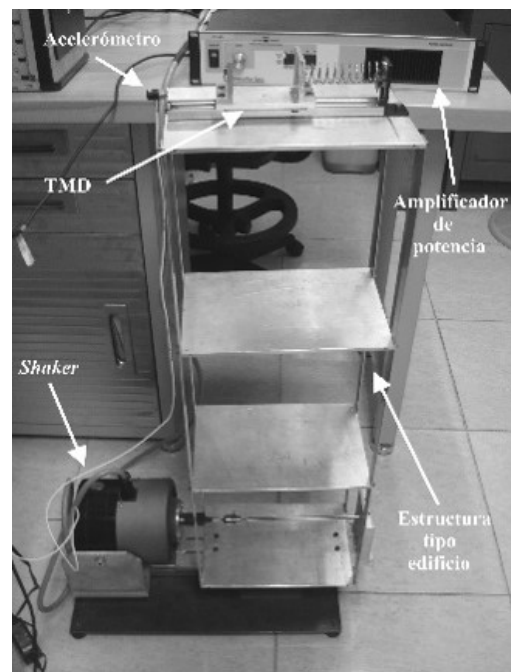


Figura 3. Estructura experimental.

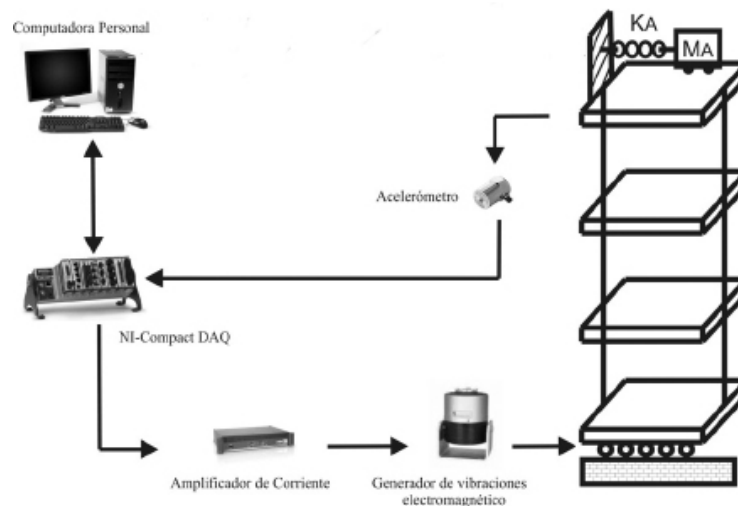


Figura 2. Integración del sistema tipo edificio completo

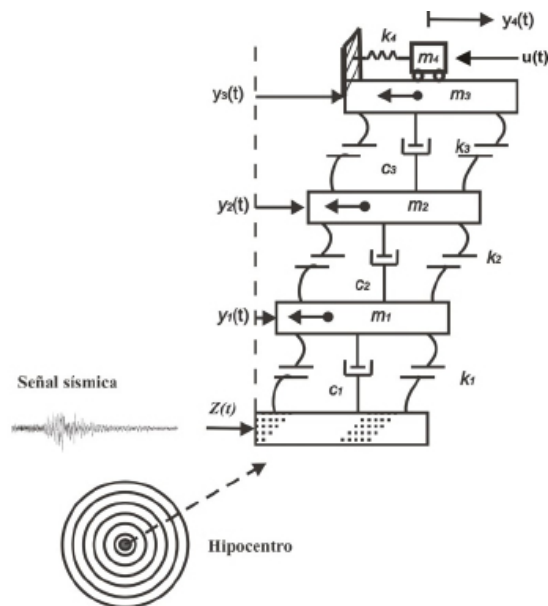


Figura 4. Esquema del modelo en estudio.

en cada entrepiso ( $k_1, k_2, k_3$ ), y el amortiguamiento asociados a cada grado de libertad ( $c_1, c_2, c_3$ ), que constituye un modelo matemático que representa el mecanismo de disipación de energía observado durante fenómenos físicos reales, como eventos sísmicos. En este caso se consideró amortiguamiento viscoso lineal equivalente (Ríos-Gutiérrez y Silva-Navarro, 2013).

La fuerza de control se describe como  $u(t)=F(t)$ , que actúa directamente sobre el TMD, a través de la masa  $m_4$ , para lograr los objetivos de control deseados de atenuación y/o cancelación de vibraciones. La base de la estructura está perturbada por un desplazamiento  $z(t)$ , en

términos de la aceleración  $\ddot{z}(t)$ , producido por un generador de vibraciones electromagnético conectado a la estructura. Las mediciones de la aceleración en la estructura se obtienen utilizando un acelerómetro conectado sobre la masa  $m_3$ . Lo anterior se hizo ya que, como se comentó, el máximo desplazamiento que experimenta el sistema se presenta a nivel de azotea (asociado a la masa  $m_3$ ), además de que en muchas ocasiones es dicho desplazamiento el considerado para caracterizar la respuesta global de un sistema estructural tipo edificio. Por lo anterior, se considera que el acelerómetro colocado en el tercer piso brinda información suficiente para caracterizar globalmente al sistema, de tal manera que no se requiere el monitoreo de los otros pisos de la estructura. El sistema primario y el TMD es representado por componentes mecánicos  $m_i, c_i, k_i$ , con  $i=1,2,3,4$ . Las vibraciones no deseadas que causan el desplazamiento de la estructura son generadas por la fuerza perturbadora en términos de la aceleración  $\ddot{z}(t)$ .

### FUERZA PERTURBADORA

Para la definición de la señal perturbadora en términos de la aceleración  $\ddot{z}(t)$  del terreno, se empleó un acelerograma registrado en la estación de la Secretaría de Comunicaciones y Transportes (SCT) durante el sismo del 19 de septiembre de 1985 ocurrido en la Ciudad de México. En la Figura 5, se muestran las tres componentes espectrales de dicho registro sísmico.

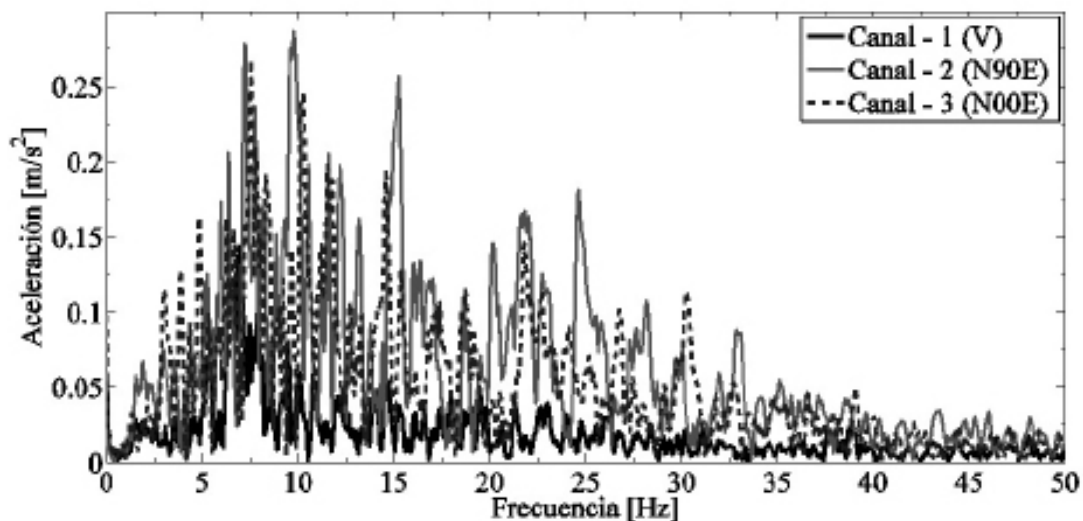


Figura 5. Espectros en frecuencia en las tres componentes.

## ESTRUCTURA DE TRES NIVELES SIN ESQUEMA DE CONTROL

La ecuación de movimiento dinámico de un modelo de cortante de tres pisos sometido a movimiento por aceleración en la base se obtiene como (ec. 1):

$$M_3 y''(t) + C_3 y'(t) + K_3 y(t) = -M_3 e_3 z''(t) \quad (1)$$

donde  $y = [y_1, y_2, y_3]^T \in R^3$  es el vector de coordenadas generalizadas de desplazamientos relativos con respecto al marco de referencia principal,  $z'' \in R$  es la aceleración en la base de la estructura inducida por el movimiento sísmico y  $M_3, C_3, K_3$  son las matrices de masa, amortiguamiento y rigidez de  $3 \times 3$ , respectivamente. El vector  $e_3 = [1, 1, 1]^T \in R^3$  es el vector de influencia, que representa el desplazamiento de cada masa debido al desplazamiento del suelo. Las matrices de masa, rigidez y amortiguamiento para el edificio de tres pisos son (ec. 2, Chopra, 2012):

$$\begin{aligned} M_3 &= \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{bmatrix} \\ C_3 &= \begin{bmatrix} c_1 + c_2 & -c_2 & 0 \\ -c_2 & c_2 + c_3 & -c_3 \\ 0 & -c_3 & c_3 \end{bmatrix} \\ K_3 &= \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 & 0 \\ -k_2 & k_2 + k_3 & -k_3 \\ 0 & -k_3 & k_3 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2)$$

Para el análisis modal se consideró amortiguamiento proporcional o de *Rayleigh* (Baz y Poh, 1996; Baz y Hong, 1997).

Dadas las características dinámicas del sistema en estudio, los resultados presentados en este artículo corresponden al caso en que se emplea únicamente la componente vertical del movimiento como señal perturbadora, la cual fue reproducida con un generador de vibraciones electromagnético con amplitud y frecuencia variable en un tiempo de 179 s (CIRES, 2015).

La función de respuesta frecuencial (FRF) experimental de la estructura se obtiene mediante la transformada rápida de Fourier (FFT, por sus siglas en inglés) y la aplicación de la técnica de análisis modal experimental conocida como *Peak Picking* (Figura 6). En general esta técnica permite medir las frecuencias naturales, el factor de amortiguamiento y las amplitudes modales asociadas a cada pico resonante obtenido de la respuesta en frecuencia del sistema. En la literatura es posible encontrar otras técnicas más complejas como el *Circle fit method* o *Curve Fitting*; Sin embargo, en la práctica, el método *Peak Picking* es muy simple de implementar, y permite obtener una aproximación aceptable de los parámetros reales del sistema en ciertas condiciones de operación (Inman, 2006), por lo que en este caso se aplica esta técnica.

Los parámetros del sistema sin TMD ni control activo se presentan en el Cuadro 1. Los parámetros de amortiguamiento se obtuvieron

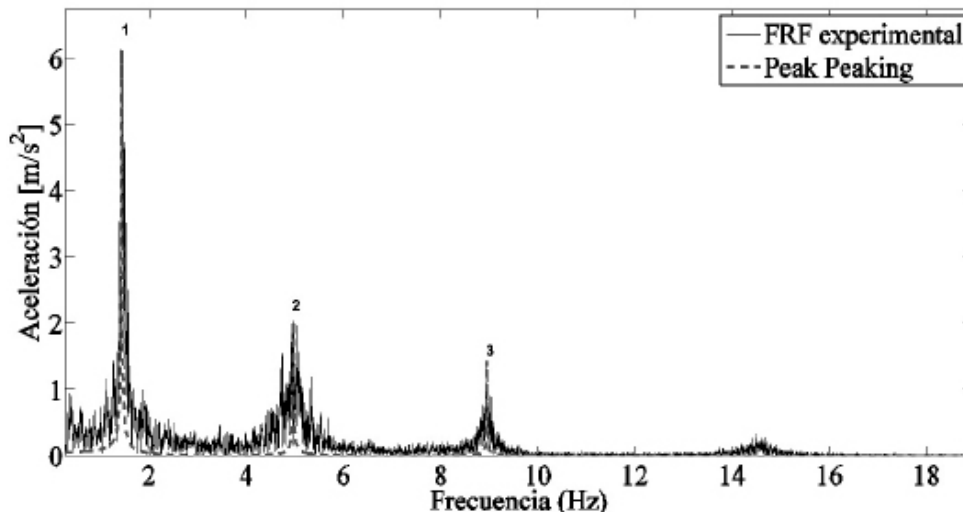


Figura 6. FRF experimental de la estructura de tres pisos.

**Cuadro 1.** Parámetros del sistema sin TMD.

| Propiedad                  | Piso 1   | Piso 2   | Piso 3   |
|----------------------------|----------|----------|----------|
| Masa (m, kg)               | 1.1164   | 1.1327   | 1.9224   |
| Rigidez (k, N/m)           | 897.0277 | 933.3893 | 888.2334 |
| Amortiguamiento (c, N/m/s) | 0.0885   | 0.0778   | 0.0965   |

indirectamente, a partir de la FRF, considerando el amortiguamiento modal  $\xi_i$  y la frecuencia modal de la estructura  $\omega_i$  obtenidos experimentalmente, utilizando el método de *Peak Picking*.

En el Cuadro 2 se presenta una comparación de las frecuencias obtenidas experimental y numéricamente, de donde se observa que los resultados son muy cercanos, y por ende validan el modelo simplificado de la estructura tipo edificio de tres pisos en los primeros tres modos de vibración. Para obtener la respuesta en frecuencia del sistema y determinar numéricamente sus frecuencias, se aplicó el formalismo de *Euler-Lagrange*, determinándose las ecuaciones dinámicas del sistema, considerándose como masas concentradas la masa de cada uno de los pisos de la estructura tipo edificio. La magnitud de las masas  $m_1, m_2$  y  $m_3$ , se determinaron físicamente al igual que las rigideces laterales de cada uno de los pisos, considerándose la propiedades del material y su sección transversal, es decir,  $k_1, k_2$  y  $k_3$ , respectivamente.

### ESTRUCTURA CON TMD

La dinámica de la estructura se modifica añadiendo un TMD colocado sobre la masa del tercer piso (agregando un grado de libertad). El sistema es sometido también a movimiento en su base en términos de la aceleración  $z''(t)$ . En este caso, el TMD se diseña para compensar el segundo modo de vibración. Es bien sabido que la respuesta dinámica de edificios de baja y mediana altura suele estar controlada por su primer modo de vibración; sin embargo, existen también varios casos en que la influencia de los

**Cuadro 2.** Parámetros modales de la estructura en estudio.

| Modo $i$ | Frecuencia natural $\omega_i$ (Hz) |              | Variación (%) | Amortiguamiento modal experimental $\xi_i$ |
|----------|------------------------------------|--------------|---------------|--|
|          | Análítico                          | Experimental |               |  |
| 1        | 1.7020                             | 1.4343       | -15.7         | 0.0044                                     |
| 2        | 5.1607                             | 4.9703       | -3.69         | 0.0011                                     |
| 3        | 8.0274                             | 8.9493       | 11.48         | 0.000446                                   |

modos superiores puede ser de gran importancia en la respuesta de un sistema estructural (Chopra y Goel, 2002; Goel y Chopra, 2004). Generalmente, en ingeniería estructural se considera que el primer y segundo modo de vibración en un edificio, son los que pueden causar un daño estructural significativo (Aly y Abburu, 2015). La ecuación de movimiento es (ec. 3):

$$M_4 y''(t) + C_4 y'(t) + K_4 y(t) = -M_4 e_4 z''(t) \quad (3)$$

donde  $y = [y_1, y_2, y_3, y_4]^T \in R^4$  es el vector de coordenadas generalizadas de desplazamientos relativos con respecto al marco de referencia principal,  $z''(t)$  es la aceleración en la base de la estructura y  $M_4, C_4, K_4$  son las matrices de masa, rigidez y amortiguamiento de  $4 \times 4$  (ec.

$$M_4 = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_4 \end{bmatrix}$$

$$C_4 = \begin{bmatrix} c_1 + c_2 & -c_2 & 0 & 0 \\ -c_2 & c_2 + c_3 & -c_3 & 0 \\ 0 & -c_3 & c_3 + c_4 & -c_4 \\ 0 & 0 & -c_4 & c_4 \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$K_4 = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 & 0 & 0 \\ -k_2 & k_2 + k_3 & -k_3 & 0 \\ 0 & -k_3 & k_3 + k_4 & -k_4 \\ 0 & 0 & -k_4 & k_4 \end{bmatrix}$$

4), respectivamente. En este caso  $e_4 = [1, 1, 1, 1]^T \in R^4$  es el vector de influencia, que representa el acoplamiento inercial entre los pisos de la estructura y el desplazamiento del suelo.

El TMD se diseña para atenuar pasivamente la  $j$ -ésima frecuencia a partir de la expresión  $\omega_j \cong \sqrt{(k_4 / m_4)}$  donde  $\omega_j$  es la  $j$ -ésima frecuencia modal de la estructura que será atenuada y  $m_4$  y  $k_4$  son la masa y la rigidez equivalente del TMD. En particular, el TMD se diseñó para atenuar el segundo modo de vibración experimental, localizado en  $\omega_2 \cong 4.9703$  Hz.

Los parámetros de amortiguamiento se obtuvieron empleando el mismo criterio que para el caso anterior, es decir, indirectamente, a partir de la FRF, considerando el amortiguamiento modal  $\xi_i$  y la frecuencia modal de la estructura  $\omega_i$  obtenidos experimentalmente. La

estructura con TMD se caracterizó aplicando una sola componente del registro sísmico considerado (Figura. 5).

La respuesta dinámica experimental (desplazamiento y aceleración) en el tercer piso de la estructura con TMD, cuando se somete a movimiento sísmico en la base se muestra en las Figuras 7a y 7b.

La respuesta del sistema cerca del segundo modo de vibración se atenúa en 39.78%. La FRF en simulación del tercer piso considerando el TMD se presenta en la Figura 8. En este caso los últimos modos se reducen. Debido a que las masas y rigideces, así como los amortiguamientos de la estructura se encuentran directamente acoplados, es razonable observar

que los otros modos de vibración de la estructura se vean influenciados por el trabajo del TMD diseñado específicamente para el segundo modo de vibración.

### ESTRUCTURA CON CONTROL PASIVO /ACTIVO PPF

El esquema de control por retroalimentación positiva de posición (PPF, por sus siglas en inglés) se utiliza para compensar la respuesta del sistema en presencia de la perturbación generada por la acción sísmica  $z'(t)$ . Este controlador es ampliamente conocido en la literatura como un método de control modal para atenuación de vibraciones (Utkin, 1992; Baz y Poh, 1996; Baz y Hong, 1997; Friswell y Inman, 1999; Inman

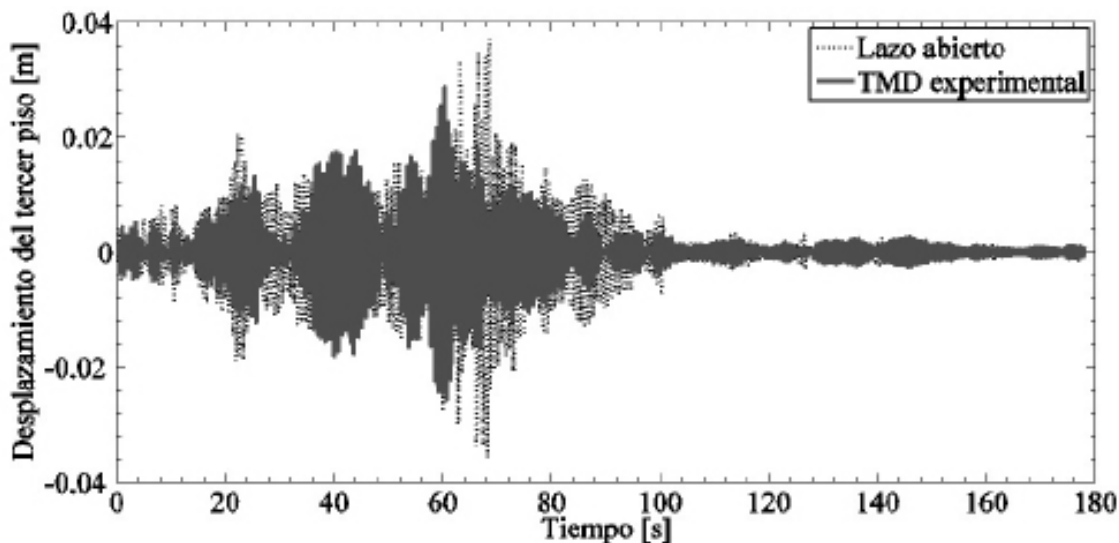


Figure 7a. Desplazamiento experimental de la estructura con TMD.

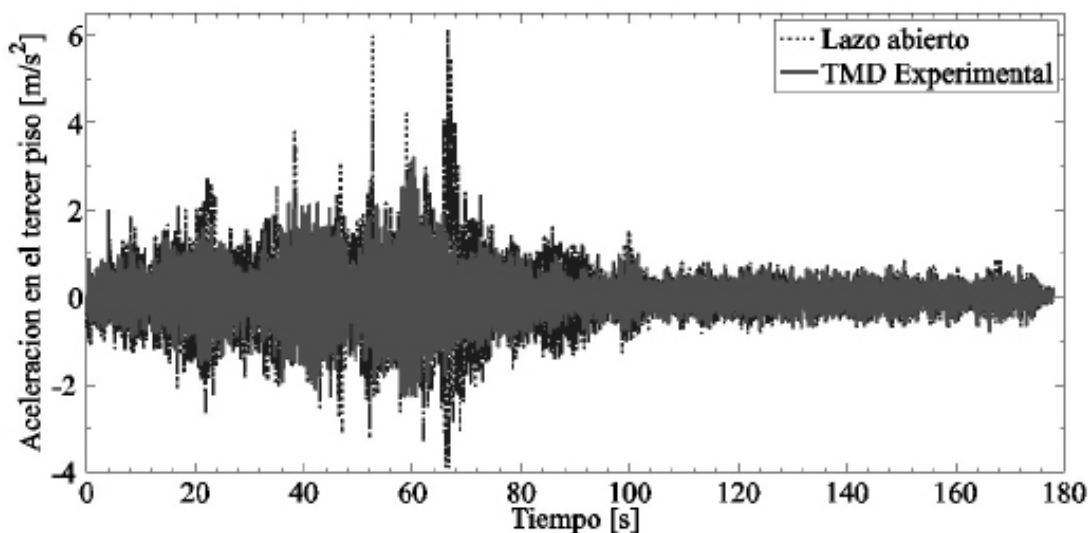


Figure 7b. Aceleración experimental de la estructura con TMD.

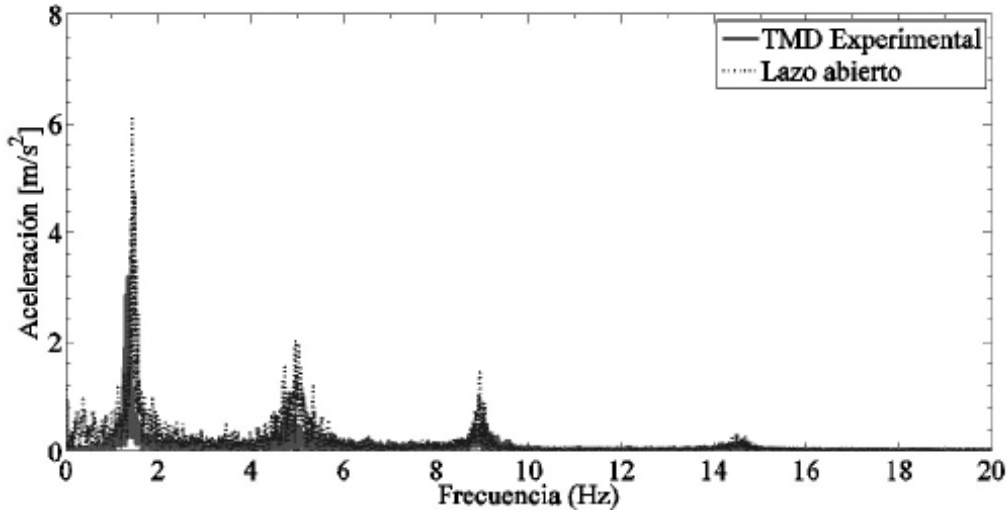


Figura 8. FRF experimental con TMD en el tercer piso.

et al., 2006; Cabrera-Amado y Silva-Navarro, 2012). Es posible encontrar en la literatura otros esquemas de control modal como el de la retroalimentación positiva de la velocidad (PVF, por sus siglas en inglés) y el de la retroalimentación positiva de la aceleración (PAF, por sus siglas en inglés), entre otros (Friswell y Inman 1999; Inman et al. 2006).

Este esquema de control agrega un grado de libertad adicional al sistema mecánico original, considerado como un *absorbedor pasivo virtual* o como un filtro de segundo orden. Este filtro se caracteriza porque está formado por dos polos y su función de transferencia en lazo cerrado representa una dinámica en la que los polos pueden ser de tres tipos diferentes: reales diferentes, reales iguales y complejos, los cuales dependiendo del valor de la frecuencia natural  $\omega_n$  y el valor del factor de amortiguamiento o frecuencia propia no amortiguada  $\zeta$ , puede comportarse como un sistema subamortiguado, amortiguado crítico y sobreamortiguado (Ogata, 2010).

Los parámetros de este controlador se pueden obtener utilizando datos experimentales, lo que hace que la técnica PPF sea muy utilizada entre otro tipo de aplicaciones estructurales y de control (Carlson, Catanzarite y St Clair, 1996). Para el modelo de tres pisos con TMD colocado en el tercer piso, la aceleración en la base  $z(t)$  y una fuerza de control activa  $u$  que actúa sobre el TMD, la ecuación de movimiento se representa como:

$$M_4 y''(t) + C_4 y'(t) + K_4 y(t) = -M_4 e_4 z''(t) + B_f u(t) \quad (5)$$

En este caso el control de fuerza  $u(t)$  afecta directamente a la masa  $m_4$  del TMD (Figura 4) y  $B_f = [0, 0, 0, 1]^T$  representa una matriz de entrada para el sistema completo. La definición del resto de variables coincide con las previamente hechas para el modelo con TMD.

El esquema de control PPF para la estructura tipo edificio de cuatro grados de libertad (ec. 4) resulta en el sistema en lazo cerrado descrito por las ecuaciones (ecs. 5, 6 y 7).

$$\eta''(t) + 2\zeta_f \omega_f \eta'(t) + \omega_f^2 \eta(t) = g \omega_f^2 B_f^T y(t) \quad (6)$$

$$u(t) = g \omega_f^2 \eta(t) \quad (7)$$

donde  $y(t) \in R^4$  y  $z''(t) \in R$  se han definido previamente. El absorbedor pasivo virtual  $\eta(t) \in R$ , con relación de amortiguamiento  $\zeta_f$  y frecuencia natural  $\omega_f$ , se retroalimenta con el sistema primario mediante  $g \omega_f^2 B_f^T y(t)$ . La ley de control PPF se representa por la fuerza de control  $u(t) \in R$ , donde  $g$  es una ganancia de control.

En forma compacta, el sistema en lazo cerrado se describe mediante la ecuación (ec. 8):

$$\begin{bmatrix} M_4 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{y}(t) \\ \ddot{\eta}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_4 & 0 \\ 0 & 2\zeta_f \omega_f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{y}(t) \\ \dot{\eta}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_4 & -B_f g \omega_f^2 \\ -g \omega_f^2 B_f^T & \omega_f^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y(t) \\ \eta(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -M_4 e_4 \\ 0 \end{bmatrix} \ddot{z}(t) \quad (8)$$

En las Figuras 9a a 9c se muestran los resultados numéricos aplicando el esquema de control activo/pasivo de vibraciones (ecs. 5 a 7). Los parámetros del control PPF son  $\omega_f = \omega_1$ ,



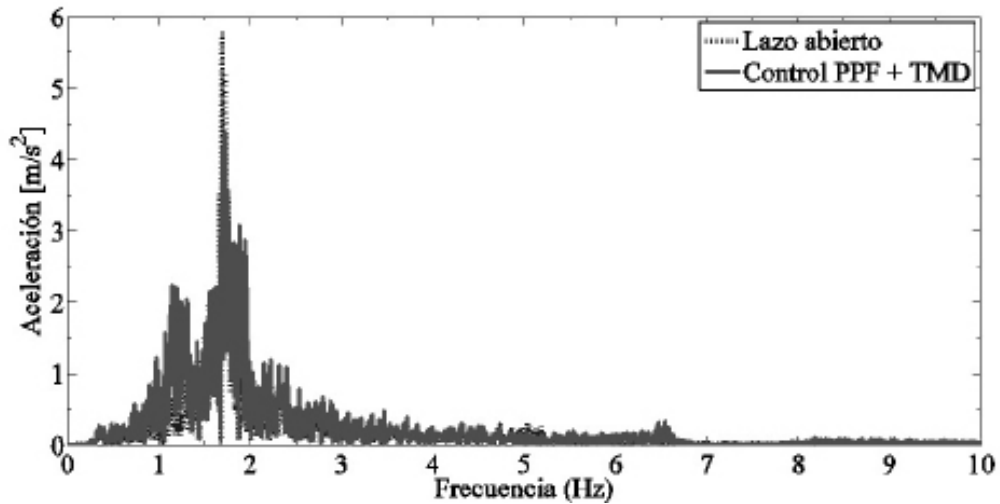


Figura 9a. FRF con TMD y control PPF.

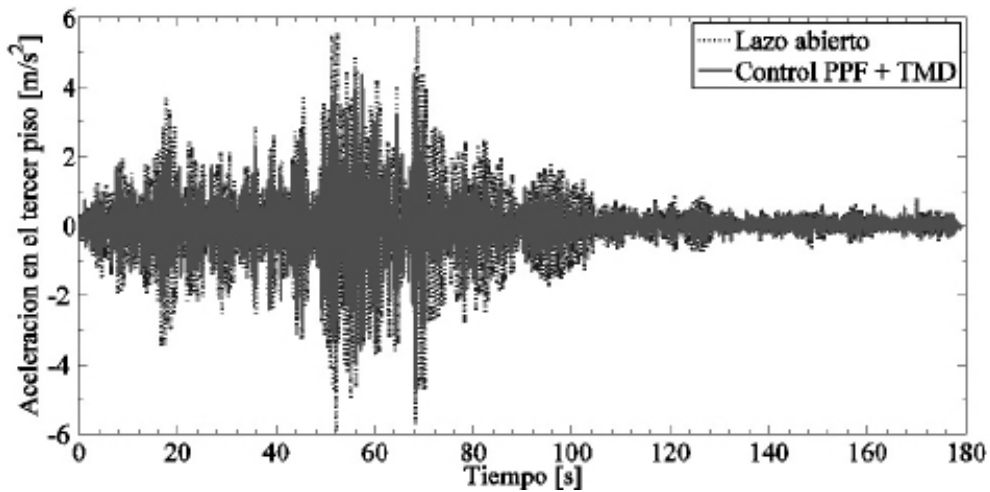


Figura 9b. Comparativa de la respuesta dinámica de la estructura.

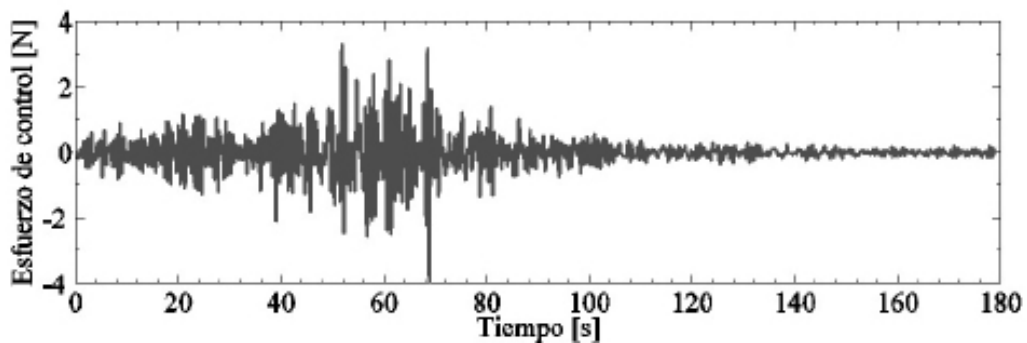


Figura 9c. Esfuerzo de control usando PPF.

$\zeta_f=0.1$  y  $g=0.5$ . La respuesta completa del sistema se atenúa en alrededor del 49% con respecto a la respuesta dinámica de la estructura en lazo abierto, con pequeños esfuerzos de control. Para la implementación del control activo

en forma experimental utilizando el esquema del controlador PPF, es conveniente el uso de un actuador de corriente directa asociado a la plataforma móvil del TMD, de tal manera que por medio de la retroalimentación de su posi-

ción mediante el uso de un *encoder*, es posible implementar el esquema de control activo PPF en la estructura tipo edificio.

Para determinar los parámetros de  $\zeta_f$  y  $g$  es necesario considerar un criterio de estabilidad, la cual se obtiene a partir de la matriz global de rigidez del sistema

$$\hat{K} = \begin{bmatrix} K & -B_f g \omega_f^2 \\ g \omega_f^2 C_s & \omega_f^2 \end{bmatrix} \quad (9)$$

la cual considera que  $C_s \neq B_f^T$ , debido a que en la configuración del esquema de control el sensor y el actuador son no colocados, por lo tanto, la matriz global de rigidez es no simétrica (Inman, 2006). En este caso, como se indicó anteriormente el actuador estará colocado sobre el tercer piso de la estructura tipo edificio, de tal forma que se obtiene la siguiente condición de estabilidad

$$\frac{k_1 k_2 k_3}{k_1 k_2 + k_1 k_3 + k_2 k_3} < g^2 \omega_f^2 \quad (10)$$

o bien

$$\frac{k_{ij}}{3} < g^2 \omega_f^2, \quad i = 1, \dots, m, n$$

A partir de esta condición de estabilidad se emplea la siguiente metodología, la cual consiste en proponer un valor fijo en el amortiguamiento del controlador  $\zeta_f$ , la cual atenuará el modo sintonizado y variar el valor de la ganancia del controlador  $g$ , de tal manera que garantice la estabilidad del sistema (Silva-Navarro y Hernández-Flores, 2015).

### ESTRUCTURA CON AMORITGUADOR MR

Los fluidos magnetoreológicos (MR) son materiales inteligentes que responden a un campo magnético aplicado, dando lugar a un cambio importante en su comportamiento reológico (viscosidad y rigidez). Los cambios de viscosidad y rigidez son continuos y reversibles, lo que hace posible la aplicación de amortiguadores MR para el control de vibraciones en estructuras civiles, tales como edificios o puentes (Carlson et

al., 1996; Dyke et al., 1996; Spencer et al., 1997; Soong y Spencer, 2000; Choi et al., 2001).

Específicamente, a través de la retroalimentación de control para manipular las corrientes eléctricas del amortiguador MR, es posible controlar una fuerza de amortiguamiento apropiado para atenuar la respuesta de todo el sistema estructural.

Para el caso en estudio, el amortiguador MR permite implementar esquemas de control de vibraciones en forma semi-activa directamente entre las rigideces del primer piso de la estructura (Figuras. 10a y 10b), de tal manera que es posible controlar los desplazamientos en el tercer piso, en un esquema de control de tipo subactuado (Enríquez-Zárata y Silva-Navarro, 2004).

Como se comentó, la estructura consiste de tres masas ( $m_1, m_2, m_3$ ) interconectadas cada una por cuatro columnas flexibles en cada extremo, las cuales aportan rigidez al sistema ( $k_1, k_2, k_3$ ), y cada masa está asociada con pequeños amortiguamientos viscosos ( $c_1, c_2, c_3$ ), como se muestra en las Figuras 10a y 10b.

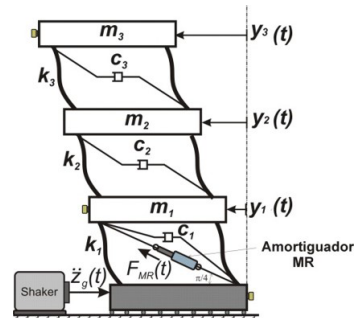


Figura 10a. Diagrama esquemático de la estructura tipo-edificio con amortiguador MR.

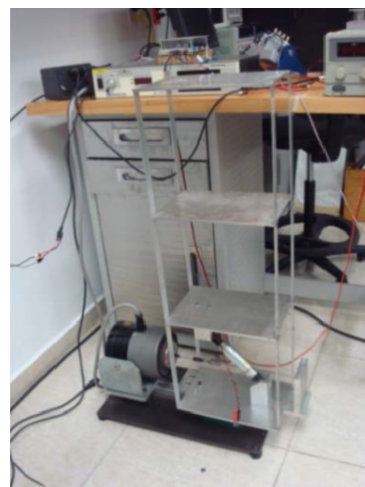


Figura 10b. Plataforma experimental utilizando amortiguador MR.

El modelo matemático para el edificio de tres pisos, excitado en su base mediante un registro sísmico y sus efectos inerciales asociados, incluyendo un amortiguador MR localizado entre la base y el primer piso se obtiene mediante la ec. 11.

$$M\ddot{y}(t)+C\dot{y}(t)+Ky(t)+B_f F_{MR}(t)=-Me\ddot{z}_g(t) \quad (11)$$

donde  $y(t)$  es el vector de coordenadas generalizadas, del desplazamiento relativo con respecto al sistema de referencia principal,  $\ddot{z}_g(t) \in R$  es la aceleración del suelo generado por la señal sísmica en la base del sistema y las matrices  $M, C, K$ , y el vector  $e$  se han definido previamente. El cuarto término del lado izquierdo contiene la matriz de entrada  $B_f$  y el control de fuerza del amortiguador MR ( $F_{MR}$ ) aplicado a la estructura, el cual se debe a la restricción pasiva del control de fuerza de amortiguamiento semi-activo. El vector de control se expresa mediante la ec. 12.

$$B_f = \begin{bmatrix} \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (12)$$

### MODELO POLINÓMICO DEL AMORTIGUADOR MR

En este trabajo se emplea el modelo polinómico de Choi-Lee-Park para el amortiguador (ec. 13, Gómez et al., 2008)

$$F_{MR}(\dot{y}_{MR}, \ddot{y}_{MR}, I) = \sum_{i=0}^{n=2} (\hat{b}_i + \hat{c}_i I) \dot{y}_{MR}^i \quad (13)$$

donde  $\dot{y}_{MR} \cong \cos(\pi/4)(\dot{y}_1(t) - \dot{z}_g(t))$  es la velocidad del pistón del amortiguador MR acoplado entre el primer piso y la base de la estructura, incluyendo la localización geométrica del amortiguador MR,  $I$  es la corriente aplicada como entrada de control al amortiguador MR, el cual es proporcionado por un pequeño amplificador de potencia.

En esta configuración, es posible implementar esquemas de control modal, como el esquema de control PPF implementado para la estructura en estudio de tres grados de li-

bertad (ec. 1). El sistema de ecuaciones de la estructura en lazo cerrado es expresado mediante las ecs. 14 a 16.

$$M_3 \ddot{y}(t) + C_3 \dot{y}(t) + K_3 y(t) + B_f F_{MR}(t) = -M_4 e_3 \ddot{z}_g(t) \quad (14)$$

$$\ddot{\eta} + 2\zeta_f \omega_f \dot{\eta} + \omega_f^2 \eta = g \omega_f^2 B_f^T y(t) \quad (15)$$

$$F_{MR} = g \omega_f^2 \eta \quad (16)$$

Donde  $y(t) \in R^3$  y  $\ddot{z}_g(t) \in R$  es el movimiento del suelo. El absorbedor pasivo virtual  $\eta(t) \in R$ , con relación de amortiguamiento  $\zeta_f$  y frecuencia natural  $\omega_f$ , se retroalimenta con el sistema primario mediante  $g \omega_f^2 B_f^T y(t)$ . La ley de control PPF se representa por la fuerza de control  $F_{MR} \in R$ , donde  $g$  es una ganancia de control.

Los resultados se presentan en la Figura 11, donde la respuesta del sistema se atenúa casi un 56% con respecto a su respuesta en lazo abierto. En la Figura 11a, se observa la respuesta en aceleración en el tercer piso de la estructura, en donde se encuentra acoplado directamente el acelerómetro que brinda la información de todo el sistema, a partir de la perturbación aplicada en la base de la estructura. La comparación se establece entre el sistema en lazo abierto (línea discontinua) y el sistema en lazo cerrado (línea continua), que en este caso utiliza una variante del esquema de control PPF conocido como Múltiple Retroalimentación Positiva de la Posición (MPPF, por sus siglas en inglés) combinado con el controlador por Modos Deslizantes (Cabrera-Amado y Silva-Navarro, 2012). Esta variante se aplicó con la finalidad de proporcionarle robustez al esquema de control, de tal forma que la respuesta del amortiguador MR sea más efectiva en la reducción de las vibraciones y por ende de los desplazamientos de todo el sistema. En las Figuras 11b y 11c, se observa la respuesta del primer piso de la estructura en términos de la aceleración y del desplazamiento, respectivamente, en donde el comportamiento de atenuación de las vibraciones es más evidente, debido a que el amortiguador MR se encuentra colocado directamente entre el arreglo del primer piso y la base de la estructura. En la Figura 11d, se presenta el comportamiento de la fuerza de amortiguamiento ( $F_{MR}$ ) que se demanda para lograr

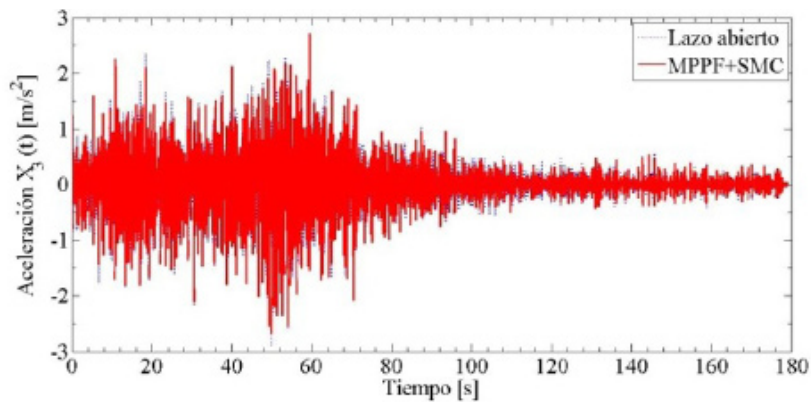


Figura 11a. Aceleración en el tercer piso de la estructura.

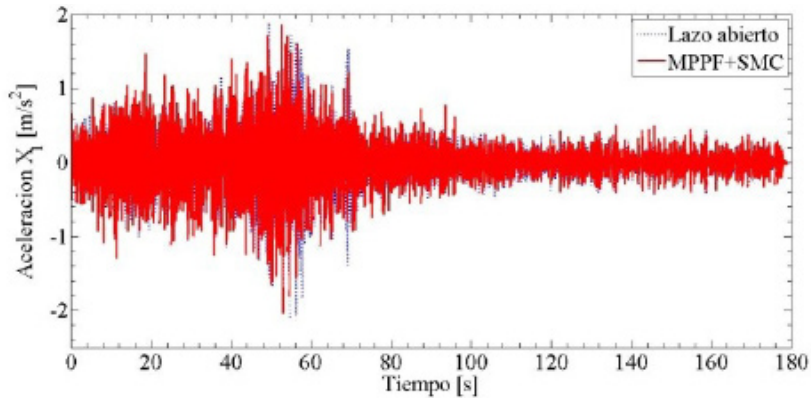


Figura 11b. Aceleración del primer piso de la estructura.

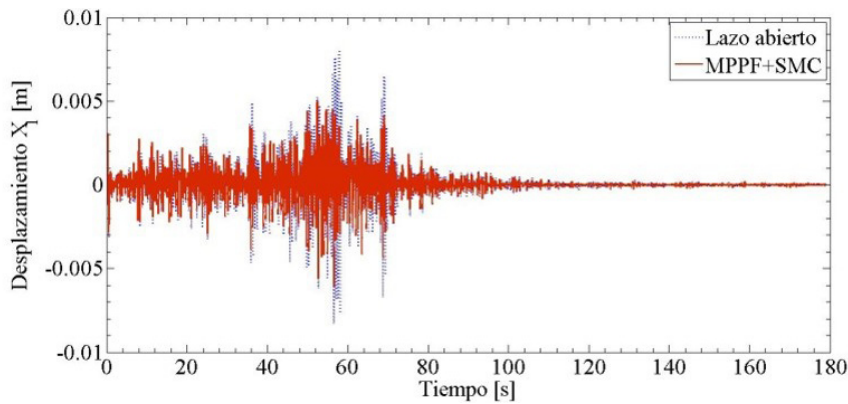


Figura 11c. Desplazamiento del primer piso de la estructura.

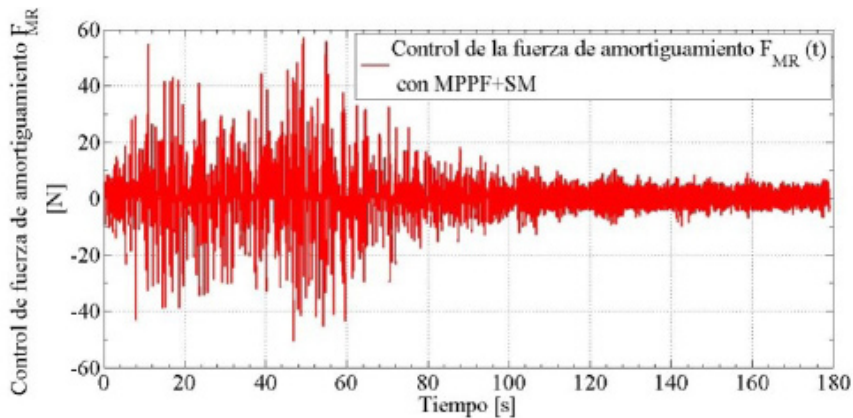


Figura 11d. Fuerza de amortiguamiento  $F_{MR}$  aplicada a la estructura

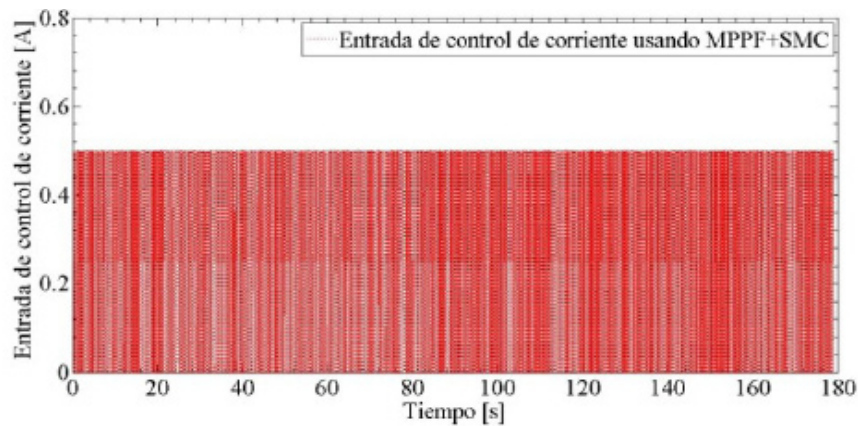


Figura 11e. Corriente  $I$  demandado por el MR

reducir el efecto de las vibraciones inducidas en la estructura a partir de la fuerza perturbadora aplicada en la base del sistema. Finalmente, en la Figura 11e se observa el valor de corriente ( $I$ ) que demanda el amortiguador MR al amplificador de potencia, con la finalidad de que el controlador diseñado, logre reducir la respuesta de la estructura en términos del desplazamiento. Es importante mencionar que la respuesta dinámica del amortiguador MR es altamente no-lineal, y se acopla en forma indirecta a la dinámica de la estructura en estudio.

## CONCLUSIONES

En este estudio se presenta la aplicación de esquemas de control pasivo, semi-activo y activo de vibraciones mecánicas en estructuras tipo edificio (modelos de cortante), los que son diseñados con la finalidad de minimizar el efecto vibratorio generado por la acción de fuerzas sísmicas. Se presentan resultados obtenidos de una plataforma experimental, sobre la cual se aplicó la técnica de análisis modal conocida como *Peak Picking* y los esquemas de control modal conocidos como *Positive Position Feedback (PPF)* y *Multiple Positive Position Feedback (MPPF)* combinado con el control por Modos Deslizantes (SMC), asociados al modelo polinómico de *Choi-Lee-Park* para el amortiguador MR. Los esquemas de control estructural presentados muestran su desempeño mediante gráficos aplicados en la estructura tipo edificio, sin pretender hacer un análisis comparativo de desempeño entre los controladores implementados. Finalmente, los resultados experimentales obtenidos muestran la viabilidad de los esquemas de control, en los que se consi-

deran exclusivamente efectos de traslación y no de torsión, se obtuvieron reducciones del orden del 65% del efecto de las vibraciones no deseadas en la estructura. Esta investigación considera como trabajo a futuro la implementación del control activo PPF en forma experimental, así como un estudio comparativo con respecto al desempeño de cada uno de los esquemas de control estructural de vibraciones presentados en este artículo.

## REFERENCIAS

- Aly, M.A., Abburu S. (2015). On the Design of High-Rise Buildings for Multihazard: Fundamental Differences between Wind and Earthquake Demand. Hindawi Publishing Corporation, Shock and Vibration Volume 2015, Article ID 148681, 22 pages. DOI:10.1155/2015/148681
- Baz, A. y Poh, S. (1996). Optimal vibration control with modal positive position feedback. *Optim. Control Appl. Meth.*, 17 (2): 141-149
- Baz, A. y Hong, J.T. (1997). Adaptive control of flexible structures using modal positive position feedback. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, 11 (3): 231-253
- Bazán, E. y Meli, R. (1998). Diseño sísmico de edificios. México: Ed. Limusa
- Carlson, J.D., Catanzarite, D.M., y St Clair, K.A. (1996). Commercial magneto-rheological fluid devices. *International Journal of Modern Physics B*, 10 (23-24): 2857-2865
- Cabrera-Amado, A. y Silva-Navarro, G. (2012). Semiactive vibration absorption in a rotor-bearing system using a PPF control scheme. *Proc. International Conference on Noise and Vibration Engineering ISMA2012+USD2012*, 209-221
- Centro de Instrumentación y Registro Sísmico, A.C (2015). Datos del registro sísmico del temblor de la Ciudad de México en 1985. Disponible: [www.cires.org.mx](http://www.cires.org.mx)
- Chopra, A.K. y Goel, R.K. (2002). A modal pushover analysis for estimating seismic demands of buildings. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 31: 561-582
- Chopra, A.K. (2012). *Dynamics of structures. Theory and applications to earthquake engineering*. Cuarta edición. Ed. Prentice Hall
- Choi, S.B., Lee, S.K. y Park, Y.P. (2001). A hysteresis model for the field-dependent damping force of a magnetorheological damper. *Journal of Sound and Vibration*, 245 (2): 375-383

- Dyke, S.J., Spencer, B.F., Sain, M.K., y Carlson, J.D. (1996). Modeling and control of magnetorheological dampers for seismic response reduction. *Smart Materials and Structures*, 5 (5): 565-575
- Enríquez-Zárate, J. Silva-Navarro, G. (2004). Active vibration control in a nonlinear mechanical system using a flatness based sliding-mode control: experimental results. Proc. International Conference on Electrical and Electronics Engineering (ICEEE) and X Conference on Electrical Engineering (CIE 2004). Acapulco, Guerrero, México. 8-10
- Friswell, M. I. y Inman, D. J. (1999). The relationship between positive position feedback and output feedback controllers. *Smart Materials and Structures*, 8: 285-291
- Goel, R.K. y Chopra, A.K. (2004). Evaluation of modal and FEMA pushover analyses: SAC Buildings. *Earthquake Spectra*, 20 (1): 225-254
- Gómez, G., Marulanda, J. y Thomson, P. (2008). Control systems for dynamic loading protection of civil structures. *Dyna*, 75 (155): 77-89
- Inman, D.J. (2006). *Vibration with Control*. John Wiley & Sons, Ltd. ISBN: 0-470-01051-7
- Inman, D. J., Tarazaga, P. A. y Salehian, A. (2006). Active and passive damping of structures. Proc. International Congress on Sound and Vibration ICSV13, 1-8
- Ogata K. (2010). *Ingeniería de control moderna*. Prentice Hall – Pearson. ISBN: 978-84-8322-660-5
- Rios-Gutiérrez, M. y Silva-Navarro, G. (2013). Active vibration control in building-like structures using piezoelectric actuators and positive acceleration feedback. *Dyna*, 80 (179): 116-125
- Silva-Navarro G., Hernández Flores A. (2015). On the passive and active lateral coupling of building-like structures under ground motion. The 22nd International Congress on Sound and Vibration. ICSV22, Florence, Italy, 12-16 July 2015
- Soong, T.T. y Spencer, B.F. (2000). Active, semi-active and hybrid control of structures. *Memorias, Twelfth World Conference on Earthquake Engineering*, Auckland, New Zealand. Documento 2834
- Spencer, B.F., Dyke, S., Sain, M. y Carlson, J.D. (1997). Phenomenological model of a magnetorheological damper. *ASCE Journal of Engineering Mechanics*, 123: 230-238
- Utkin, V.I. (1992). *Sliding Modes in Control and Optimization*. Berlin: Springer-Verlag
- Yan G., Chen F., Wu Y. (2016). A Semi-active  $H_\infty$  control strategy with application to the vibration suppression of nonlinear high-rise building under earthquake excitations. *Springerplus*; 5(1): 1053. DOI: 10.1186/s40064-016-2635-1